

---

---

## **ПРАКТИКИ СБОРА И АНАЛИЗА ФОРМАЛИЗОВАННЫХ ДАННЫХ**

Э.М. Абдурахманова  
(Москва)

### **ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУР ОБОБЩЕННЫХ ГРУПП, ВЫДЕЛЯЕМЫХ РАЗНЫМИ МЕТОДАМИ, НА ПРИМЕРЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАРТ**

Задача классификации объектов по осмысленным группам является одной из важных задач в социальных науках. Однако выделять обобщенные группы можно по разным основаниям, что приводит к выделению разных структур групп, а это неминуемо отражается на интерпретации полученных результатов. Цель данного исследования заключается в изучении структуры кластеров, выделяемых методами кластерного анализа и методом пороговых значений, на примере данных исследования СТАРТ, и анализе интерпретации полученных кластерных решений. Выборка исследования включает результаты обследования 2645 первоклассников Красноярской области, принявших участие в исследовании СТАРТ в 2018 г. Результаты исследования показывают, что кластерная структура, полученная методом  $k$ -средних, схожа с групповой структурой, полученной методом пороговых значений, а результаты анализа латентных профилей отличаются. Полученные результаты исследования в широком плане могут быть использованы в социологических исследованиях для поиска гомогенных групп, а в узкой сфере образования могут быть использованы при организации эффективной обратной связи для учителя.

*Ключевые слова:*  $k$ -средних, анализ латентных профилей, метод пороговых значений, стартовая диагностика, СТАРТ, начальная школа.

---

**Элен Магомедовна Абдурахманова** – аспирант, стажер-исследователь Центра психометрики и измерений в образовании Института образования, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия.  
E-mail: eabdurakhmanova@hse.ru.

## *Введение*

В социальных науках перед исследователями часто встает задача классификации объектов по осмысленным группам. Классификация помогает нам распознавать различные типы событий, объектов и людей, с которыми мы сталкиваемся. Важную роль классификация и выделение групп играют в образовании и имеют как положительные, так и отрицательные стороны. С одной стороны, практика группировки позволяет учителям варьировать содержание курса и методы преподавания в зависимости от успеваемости и способностей учащихся [1; 2], таким образом улучшая успеваемость учащихся. С другой стороны, есть исследования, которые показали недостатки группировки учащихся по способностям (см., например: [3]). Более того, ряд исследований свидетельствует, что ожидания учителей связаны с тем, как дети группируются, как следствие – учителя предоставляют учащимся разные возможности обучения [3; 4; 5] и по-разному общаются с детьми с высоким и низким уровнями успеваемости [3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10]. Группировка в начальной школе имеет особое значение, поскольку может повлиять на дальнейшую успеваемость в учебном заведении. М. Салех и его коллеги показали, что выделение групп среди учащихся может повлиять на успеваемость, социальное взаимодействие и мотивацию учащихся [11]. Таким образом, при решении задачи выделения обобщенных групп учащихся очень важно тщательно выбирать метод для выделения групп.

Есть много исследований, посвященных изучению связи выделения групп учащихся с результатами обучения, но нет исследований, посвященных проблеме определения групп, потому что разные методы группировки основаны на разных основаниях (алгоритмах идентификации). Традиционно исследователи определяют группы и используют любой метод, который они считают полезным, например – они используют метод пороговых значений (метод cut-off) для определения людей с низкими и вы-

сокими достижениями (см., например: [12]) или метод  $k$ -средних для выделения групп при отсутствии гипотезы о виде групповой структуры (см., напр.: [13]). Однако такие подходы часто имеют ограничения. Например, в подходе  $k$ -средних нет теоретических оснований для определения групп. Другими словами, этот алгоритм всегда идентифицирует кластеры независимо от того, существуют они «в реальности» или нет. В связи с этим встает проблема – как интерпретировать групповые наблюдения, полученные разными методами, которая требует дальнейших исследований. В частности, решение этой проблемы важно в области оценки эффективности обратной связи для учителей по итогам измерений. Другими словами, проблема заключается в интерпретации групп таким образом, чтобы учителя смогли понять и использовать предоставленную им обратную связь по результатам измерений для организации групповой работы учащихся, принятия решений относительно их дальнейшего обучения. Таким образом, в данной работе на примере результатов исследования СТАРТ<sup>1</sup> рассматриваются три кейса выделения обобщенных групп первоклассников с целью изучения структуры и проблемы интерпретации кластеров, получаемых при использовании разных методов кластерного анализа, а также определения оптимального метода выделения групп с точки зрения интерпретации для предоставления эффективной обратной связи учителям.

## *Методы группировки*

### *Способы группировок*

Наиболее часто используемыми методами группировки в социальных исследованиях являются метод  $k$ -средних (см., например: [14; 15; 16]), анализ латентных профилей (см., например: [17;

---

<sup>1</sup> СТАРТ – инструмент стартовой диагностики ребенка и оценки его индивидуального прогресса в течение первого года обучения.

18; 19]), метод пороговых значений [20]. Поэтому в данной статье рассматриваются именно эти методы.

Метод  $k$ -средних и анализ латентных профилей относится к методам кластерного анализа. Одно из основных требований к результатам кластерного анализа – интерпретируемость полученных кластеров. Алгоритмы кластерного анализа находят кластеры независимо от предположения о существовании соответствующих групп в генеральной совокупности. Рассматриваемые в данной статье методы относятся к разным типам кластеризации. Анализ латентных профилей является модельно-ориентированным (параметрическим) методом [21; 22] и относится к типу мягкой кластеризации; иными словами, в результате такой кластеризации объект будет принадлежать отдельному кластеру с некоторой вероятностью [23]. Метод  $k$ -средних относится к непараметрическим методам и к жесткому типу, то есть в результате кластерного анализа методом  $k$ -средних каждый объект будет принадлежать только одному из полученных кластеров [23]. В настоящей статье метод  $k$ -средних и анализ латентных профилей используются для выявления обобщенных групп учащихся на основании данных об уровне их когнитивных и некогнитивных навыков.

В отличие от кластерного анализа, термин «метод пороговых значений» обозначает подход, который позволяет распределить объекты по группам на основании установленных пороговых значений. Выбор порогового значения зависит от цели выделения и инструмента измерения, а также основан на теоретических предположениях или предыдущих эмпирических исследованиях.

### Метод $k$ -средних

Метод  $k$ -средних – один из простейших методов кластеризации, а потому один из самых популярных. Этот метод пытается разделить набор данных с  $n$  точками на  $k$  различных неперекрывающихся групп, где каждая точка данных принадлежит только

одной группе. Каждая группа описывается своим центроидом. Метод объединяет объекты (наблюдения) в один кластер таким образом, чтобы расстояние между объектами и центроидом кластера было минимальным. В качестве расстояний между объектами и центроидами кластеров используются евклидово расстояние, квадрат евклидова расстояния, манхэттенское расстояние или расстояние Махаланобиса и т.д. [24; 25].

Однако этот метод не позволяет определить количество кластеров, которые следует идентифицировать, поэтому исследователь должен выяснить, имеет ли набор данных кластерную структуру [26]. Гипотезу о кластерной структуре набора данных можно сформулировать на основании теоретических предпосылок или эмпирического исследования. Эмпирические исследования включают такие методы определения оптимального количества кластеров, как критерий минимальных внутригрупповых сумм квадратов, метод среднего силуэта, основанный на мере оценки внутренней валидности кластеров силуэт, и другие статистические методы.

Метод  $k$ -средних имеет некоторые недостатки, которые могут повлиять на результаты анализа. Основным недостатком является произвольное назначение центроидов кластера, поэтому если установить начальные центроиды другим способом, то можно получить другой результат [27].

В большинстве случаев метод  $k$ -средних используется для эмпирического безгипотезного выделения кластерной структуры. Например, в образовании метод  $k$ -средних используется для выявления общих паттернов, основанных на когнитивном и некогнитивном развитии [16].

### *Анализ латентных профилей*

Основная цель анализа латентных профилей – выявить скрытые группы в популяции, которые основаны на многомерном нормальном распределении, при этом данные должны быть пред-

ставлены на интервальной шкале. Это модельно-ориентированный подход, который означает, что метод ищет скрытые группы на основе наблюдаемых переменных [28; 29]. Метод находит решение с соответствующим числом профилей, которое раскрывает отличительную сущность индикаторов для наблюдаемых переменных между различными профилями, но внутри профиля индикаторы для наблюдаемых переменных относительно однородны [22; 30].

Как и метод  $k$ -средних, анализ латентных профилей требует, чтобы исследователь заранее определил количество профилей, но, в отличие от  $k$ -средних, анализ латентных профилей дает возможность проверить соответствие модели данным с использованием статистик соответствия. Например, для проверки соответствия используются: отношение правдоподобия хи-квадрат (likelihood ratio chi-square  $\chi^2$ ), байесовский информационный критерий (BIC), BIC с корректировкой размера выборки (SSABIC), информационный критерий Акаике (AIC), согласованный AIC (CAIC) и Lo-Mendell-Rubin (скорректированный критерий отношения правдоподобия LMR-LRT) [30], при этом критерий BIC считается наиболее надежной статистикой соответствия [31]. Таким образом, анализ латентных профилей – это разновидность мягкой кластеризации.

Для проведения анализа латентных профилей должна соблюдаться локальная независимость переменных. В противном случае ковариационная матрица окажется вырожденной и результаты кластеризации окажутся некорректными. Далее, для анализа латентных профилей с выбранным количеством профилей необходимо протестировать четыре модели, которые различаются ограничениями на ковариационную матрицу: 1) дисперсии одинаковые для всех классов, ковариации равны нулю; 2) дисперсии разные для всех классов, ковариации равны нулю; 3) дисперсии и ковариации равны для всех скрытых классов; 4) дисперсии и ковариации разные для всех скрытых классов [22]. К.Е. Масен рекомендует тестировать все четыре модели вместе для каждого количества профилей [22].

Этот метод также имеет ограничения. Одним из ограничений является то, что полученные профили не всегда относятся к существующим группам в популяции и требуют дополнительной проверки. Неоднородность данных можно объяснить не только наличием скрытых однородных профилей, но и наличием других возможных особенностей [32]. Если целью исследования является выявление реальных групп в популяции, необходимо изучить и исключить другие возможные объяснения аномальности и нелинейности данных [32]. Поэтому в таком случае простого выбора наиболее подходящего решения путем анализа скрытых профилей будет недостаточно, чтобы доказать, что эти группы действительно существуют как реальные группы людей [30].

*Метод пороговых значений (метод cut-off)*

Метод пороговых значений часто используется в психологии и образовании, например – для выделения групп детей с низкими когнитивными навыками, с нарушениями чтения или детей с математической дислексией [12; 20; 33; 34; 35; 36; 37] или, наоборот, для выявления групп одаренных детей или детей, демонстрирующих высокие навыки (когнитивные или некогнитивные) [12; 38].

Ограничение метода – разница в пороговых значениях. Практики отмечают проблему значительных различий в показателях пороговых значений (см.: [1]). Определение пороговых значений зависит от цели исследования, используемого инструмента оценки, шкалы результатов оценки и других факторов (см.: [37]).

В настоящей статье в качестве пороговой точки принят 50-й процентиль. Предполагается, что такой выбор позволит интерпретировать группы с точки зрения «выше и ниже медианного значения» (соответственно, выше и ниже 50-го процентиля).

Таким образом, для проведения анализа в настоящей статье применяются три различных метода группировки с использованием данных исследования СТАРТ – метод k-средних кластерного ана-

лиза, анализ латентных профилей и метод пороговых значений. Цель анализа – продемонстрировать, как эти методы определяют интерпретацию.

## *Методология*

### Описание инструмента СТАРТ

Инструмент СТАРТ – это инструмент стартовой диагностики развития ребенка на «входе» в школу, а также оценивания его индивидуального прогресса по окончании первого класса. Инструмент разработан в Институте образования НИУ ВШЭ на основе инструмента iPIPS (The International Performance Indicators in Primary Schools). СТАРТ – это стандартизированный инструмент, обладающий доказанными психометрическими свойствами и валидностью [13; 14; 39; 40]. Инструмент включает оценивание когнитивного развития, а также социального и эмоционального (некогнитивного) развития [41].

СТАРТ предоставляет обширную информацию о когнитивных и некогнитивных навыках детей. Ключевые характеристики детей представляются в четырех шкалах – чтение, математика, поведение в школе и коммуникация, которые будут использованы для выделения групп для достижения практической цели – предоставления учителю дополнительной обратной связи. Шкалы по чтению и математике дают информацию о когнитивных навыках, шкалы «поведение» и «коммуникация» – о некогнитивных навыках. Баллы учащихся по каждой шкале представляются на интервальной шкале в специальной единице измерения логит.

Шкала по чтению строится на основе теста для оценки навыков детей по чтению. Тест включает четыре типа задач: распознавание букв, декодирование слов, декодирование чтения и понимание. Тест по математике, на основе которого построена шкала по математике, включает шесть типов заданий: распознавание чисел, геометрические последовательности, арифметические

последовательности, числовая линия, понятие части и целого, навыки вычисления. Первичные баллы детей по этим тестам переводятся в оценки способностей по когнитивным шкалам (математика, чтение) с использованием однопараметрической дихотомической модели Раша.

Показатели «поведение» и «коммуникация» строятся на основе шкалирования опросника социального и эмоционального развития ребенка для учителя PSED (personal social and emotional development), который включает 11 параметров, которые образуют две шкалы [14; 40]. Шкалирование опросника проводится с использованием модели рейтинговых шкал (подробнее см.: [13]).

Эти четыре шкалы используются для выделения обобщенных групп учащихся. Вначале все переменные были преобразованы из логитов в  $z$ -оценки со средним значением, равным 0, и дисперсией, равной 1. Затем с помощью всех трех методов были выделены группы. Для проведения анализа  $k$ -средних и выделения групп методом пороговых значений использовалось программное обеспечение IBM Statistics 23, RStudio версии 1.1.463 (R version 3.6.3)<sup>1</sup> для проведения анализа латентных профилей (пакет `mclust`) [42]. Эмпирические исследования числа кластеров в  $k$ -средних также были выполнены с использованием RStudio версии 1.1.463<sup>2</sup>. Для загрузки данных в RStudio использовался пакет `dplyr`<sup>3</sup>.

### *Выборка исследования*

В исследовании использованы результаты обследования 2645 первоклассников из 39 школ Красноярского края, участво-

---

<sup>1</sup> The R Project for Statistical Computing. URL: <https://www.r-project.org/> (date of access: 04.03.2021).

<sup>2</sup> Determining the Optimal Number of Clusters: 3 Must Know Methods // Data Nova [site]. URL: <https://www.datanovia.com/en/lessons/determining-the-optimal-number-of-clusters-3-must-know-methods/> (date of access: 20.04.2020).

<sup>3</sup> `dplyr`: Introduction to `dplyr`. URL: <https://dplyr.tidyverse.org/> (date of access: 04.03.2021).

вавших в стартовом этапе тестирования СТАРТ в 2018 г. Выборка школ включает 35 городских школ, 3 поселковые и 1 сельскую школу и не является репрезентативной. Доля мальчиков и девочек примерно одинаковая (49,5 и 50,5% соответственно).

### *k-средних*

Для определения оптимального числа кластеров использовались критерий минимальных внутригрупповых сумм квадратов и критерий среднего силуэта как наиболее часто используемые методы [44]. Внутренняя валидность оценивалась с использованием критерия силуэт (англ. Silhouette) [10]. Этот критерий показывает, насколько объект из кластера похож на свой кластер по сравнению с другими кластерами. Иными словами, насколько среднее расстояние до объектов своего кластера отличается от среднего расстояния до объектов других кластеров. Критерий принимает значение в пределах от -1 до 1, и чем ближе значение критерия к 1, тем четче выражены кластеры. Если критерий близок к нулю, то кластеры накладываются друг на друга. Дополнительно проверялась стабильность кластерной структуры на 10 случайно отобранных подвыборках, состоящих из 35% исходной выборки [27]. Для проверки внешней валидности полученное кластерное решение сравнивалось с полученными в более ранних эмпирических исследованиях кластерными решениями [13; 16].

### *Анализ латентных профилей*

Для проверки локальной независимости был проведен корреляционный анализ. Если наблюдается сильная корреляционная связь (более 0,9) между переменными, то считается, что требование локальной независимости не выполняется [22]. Затем были протестированы четыре модели с количеством профилей от 2 до 6: 1) дисперсии одинаковые для всех классов, ковариации равны нулю; 2) дисперсии разные для всех классов, ковариации равны

нулю; 3) дисперсии и ковариации равны для всех скрытых классов; 4) дисперсии и ковариации разные для всех скрытых классов [22]. Оценка оптимального решения проводилась на основе показателей статистик соответствия AIC и BIC, показателя энтропии с учетом интерпретируемости профилей. Низкие показатели AIC и BIC указывают на решение, которое лучше всего соответствует данным [30]. Энтропия указывает на четкость разграничения классов, и чем больше энтропия, тем лучше разделены профили [22]. Ввиду значительного объема выборки было принято решение в большей мере ориентироваться на значения BIC, поскольку он учитывает объем выборки. Для проверки внутренней валидности применялся критерий Силуэт [10].

#### Метод пороговых значений (метод cut-off)

На первом этапе была уменьшена размерность с четырех переменных до двух. Для этого был найден общий средний балл по когнитивным переменным (чтению и математике), средний общий балл по некогнитивным показателям (поведению и коммуникации) на шкале логитов. Затем найденные средние значения были переведены в  $z$ -оценки со средним 0 и стандартным отклонением 1. После этого проводилась группировка по следующему правилу: отдельно группировались дети, у которых оба показателя были выше 0 (первая группа); вторая группа – дети с когнитивными показателями выше 0 и некогнитивными ниже 0; третья группа – дети с когнитивными показателями ниже 0 и некогнитивными выше 0; к четвертой группе относились учащиеся, у которых оба показателя ниже 0. В данном случае среднее значение 0 соответствует 50-му перцентилю, что позволяет интерпретировать группы с точки зрения «выше среднего»<sup>1</sup> и «ниже среднего». Такой выбор позволил компактно выделить группы.

---

<sup>1</sup> В данной ситуации медиана совпадает со средним значением.

## Результаты

### Результаты кластерного анализа методом $k$ -средних

Критерий минимальных внутригрупповых сумм квадратов определил оптимальное число кластеров, равное 4, критерий среднего силуэта – 3. Основываясь на предыдущих эмпирических исследованиях [13; 14] и на возможности содержательной интерпретации кластеров, было принято решение выделить 4 кластера. Исследование внутренней валидности показало, что критерий Силуэта принимает значение 0,202, что говорит об удовлетворительной выраженности кластерной структуры. Стабильность кластерной структуры подтвердилась на 6 из 10 случайно отобранных подвыборок, состоящих из 35% исходной выборки [27]. Полученная кластерная структура совпадает с предыдущими исследованиями [13; 16], что служит одним из критериев внешней валидности.

Таблица 1

ОКОНЧАТЕЛЬНЫЕ ЦЕНТРЫ КЛАСТЕРОВ ( $z$ -оценки)

Переменная	Кластер			
	1 ( $n = 610$ )	2 ( $n = 749$ )	3 ( $n = 784$ )	4 ( $n = 502$ )
Чтение	0,84	0,39	-0,14	-1,38
Математика	0,98	0,22	-0,28	-1,09
Поведение в школе	0,99	-0,61	0,35	-0,85
Коммуникация	1,01	-0,62	0,41	-0,93
Доля от всей выборки ( $v$ %)	23	28	30	19

Итоговые центры кластеров на общей выборке приводятся в табл. 1, а сами кластеры наглядно представлены на рис. 1.

Полученные кластеры можно охарактеризовать следующим образом.

*Кластер 1.* Группа детей с высокими значениями по всем четырем показателям (23% выборки).

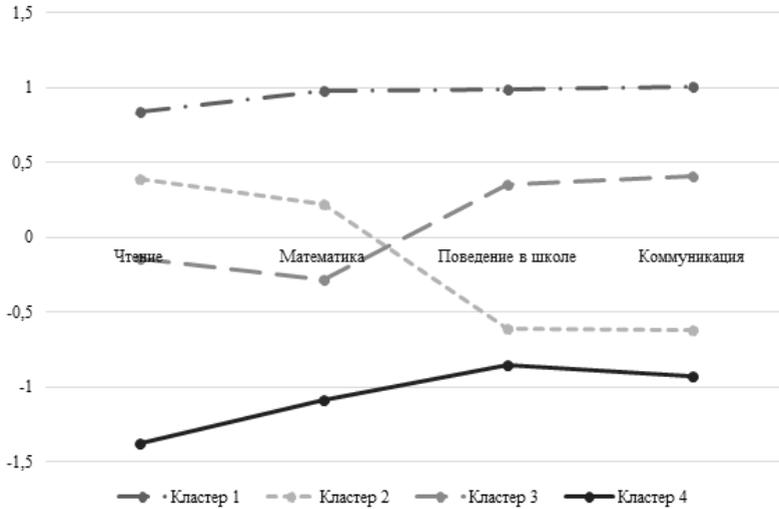


Рис. 1. Профили кластеров, полученные методом *k*-средних

*Кластер 2.* Дети с высокими или средними значениями по математике и чтению, но со средними или низкими показателями по социальным и эмоциональным параметрам (28% выборки).

*Кластер 3.* Группа детей со средними и выше среднего значениями по некогнитивному развитию и со средними и ниже среднего показателями по когнитивным навыкам (30% выборки).

*Кластер 4.* Группа детей с низкими значениями по всем оцененным параметрам (19% выборки).

### Результаты анализа латентных профилей

Корреляционный анализ подтвердил локальную независимость шкал (корреляции варьировались от 0,31 до 0,59 ( $p < 0,01$ )). По критериям соответствия AIC и BIC модель 4 была признана наиболее подходящей данным при всех рассматриваемых количествах профилей (количество профилей варьировалось от 2 до 6). Самое низкое значение критерия соответствия BIC было полу-

Таблица 2

## ПОКАЗАТЕЛИ СТАТИСТИК СООТВЕТСТВИЯ

Модель	Количество профилей	AIC	BIC	Entropy
Дисперсии и ковариации ограничены и разные для всех классов	2	26 806,858	26 977,391	0,336
	3	26 563,740	26 822,479	0,421
	<b>4</b>	<b>26 313,647</b>	<b>26 660,592</b>	<b>0,467</b>
	5	26 319,274	26 754,426	0,505
	6	26 295,910	26 819,268	0,484

чено в случае четырех профилей (табл. 2). Самые большие значения показателя энтропии выявлены у 5- и 6-профильного решения. Однако, опираясь на значения критериев соответствия, на заполненность профилей наблюдениями, а также на возможность интерпретации профилей, было принято решение выделить 4 профиля. Критерий силуэт показал, что кластеры накладываются друг на друга (значение критерия равно  $-0,010$ ). Для наглядного представления средние значения профилей изображены на рис. 2.

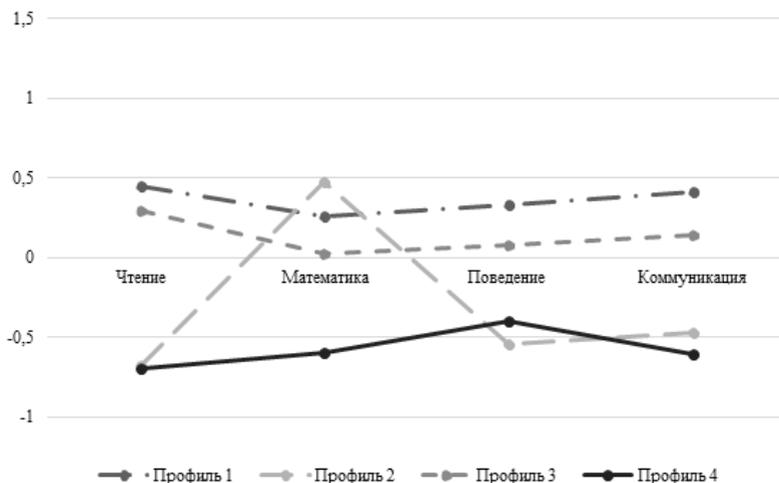


Рис. 2. Средние значения по переменным в профилях

Таблица 3

## СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ ПО ПРОФИЛЯМ

Переменные	Профиль			
	1 (n = 1195)	2 (n = 250)	3 (n = 473)	4 (n = 727)
Чтение	0,45	-0,68	0,29	-0,70
Математика	0,26	0,47	0,02	-0,60
Поведение	0,33	-0,54	0,08	-0,40
Коммуникация	0,41	-0,47	0,14	-0,61
Доля от всей выборки (в %)	45	10	18	27

Итоговые центры профилей на общей выборке представлены в табл. 3.

Полученные кластеры можно охарактеризовать следующим образом.

*Профиль 1.* Общительные дети с продвинутыми навыками чтения, демонстрирующие хорошее поведение и владение базовыми математическими навыками (45% от общей выборки).

*Профиль 2.* Дети с высокими математическими навыками, но испытывающие трудности в чтении наряду с низкими социальными и эмоциональными навыками (10%).

*Профиль 3.* Дети, демонстрирующие хорошие базовые читательские навыки и довольно зрелые в социальном и эмоциональном развитии, но со средними базовыми математическими навыками (18%).

*Профиль 4.* Дети, испытывающие трудности в чтении и математике, а также демонстрирующие плохое поведение и необщительность (27%).

### Результаты группировки методом пороговых значений

По итогам проведения группировки методом пороговых значений были выделены 4 группы. В табл. 4 показаны средние значения в каждой группе в z-оценках, а профили групп наглядно представлены на рис. 3.

СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ ПО ГРУППАМ

Переменная	Группа			
	1 (n = 887)	2 (n = 539)	3 (n = 392)	4 (n = 827)
Чтение	0,69	0,62	-0,54	-0,88
Математика	0,66	0,46	-0,52	-0,76
Поведение	0,79	-0,57	0,60	-0,76
Коммуникация	0,78	-0,55	0,62	-0,76
Доля от всей выборки (в %)	34	20	15	31

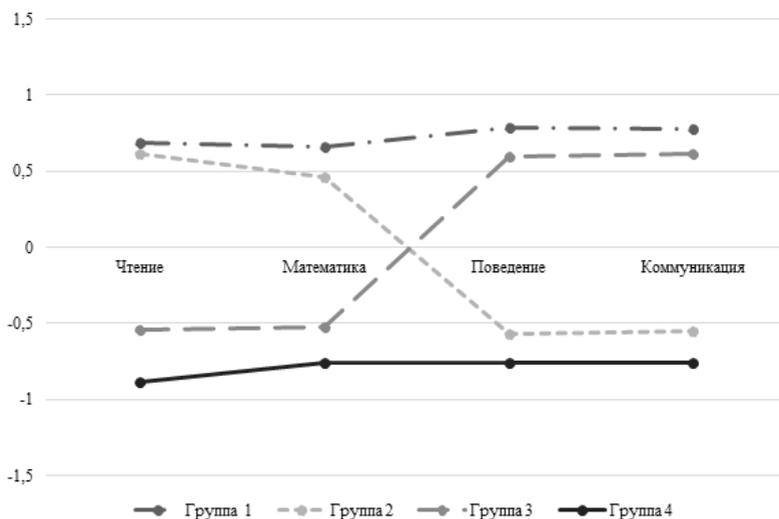


Рис. 3. Профили групп, выделенных методом пороговых значений

Полученные кластеры можно охарактеризовать следующим образом.

*Группа 1.* Группа детей со значениями выше среднего по всем параметрам (34%).

*Группа 2.* Группа детей, имеющих значения по математике и чтению выше среднего, однако их социальные и эмоциональные навыки ниже среднего (20%).

*Группа 3.* Группа детей с некогнитивными навыками выше среднего и с когнитивными навыками ниже среднего (15%).

*Группа 4.* Группа детей с уровнями ниже среднего по всем параметрам (31%).

## ***Заключение***

Таким образом, в работе рассмотрены три разных подхода, в которых на одних и тех же данных с помощью разных методов группировки были получены разные кластерные структуры, что отразилось и на интерпретации результатов.

По результатам  $k$ -средних была получена четырехкластерная структура с удовлетворительным качеством кластеризации. Полученные кластеры четко интерпретируются с использованием слов, понятных учителю: «выше среднего», «ниже среднего», что вносит вклад в решение практической проблемы предоставления эффективной обратной связи учителю.

Полученные методом пороговых значений группы очень похожи на результаты метода  $k$  средних, в связи с чем интерпретация групп оказалась аналогичной. Однако некоторые различия в группах есть – это полнота групп. Вероятнее всего, различия связаны со случайностью выбора центроида для кластеров для метода  $k$ -средних.

Результаты анализа латентных профилей отличаются от результатов метода  $k$ -средних и метода пороговых значений. В частности, латентный анализ выявил профиль детей только с высокими математическими результатами. Специфика метода непосредственно отразилась на кластерной структуре и интерпретации. Несмотря на то, что в этом методе выбор оптимальной модели менее произволен, чем выбор центроидов при стандартном кластерном анализе

$k$ -средних или точек отсечений у метода пороговых значений, тем не менее результаты проверки качества кластеризации показали, что полученные профили накладываются друг на друга. И встает вопрос о существовании таких профилей в реальности. Для ответа на этот вопрос и проверки внешней валидности профилей требуется проведение дополнительного исследования с привлечением экспертов в области психологии и образования.

Таким образом, на основе полученных данных можно говорить, что метод  $k$ -средних проводит более четкую кластеризацию, чем анализ латентных профилей. Результаты кластеризации  $k$ -средних схожи с результатами метода пороговых значений. Однако, поскольку результаты  $k$ -средних и метода пороговых значений довольно близки, в практической работе для подготовки обратной связи учителю в своей педагогической деятельности лучше использовать метод пороговых значений для выделения групп по результатам измерений.

К ограничениям статьи относится то, что не проведена процедура оптимизации подбора центроидов для  $k$ -средних, не проведена внешняя валидация кластеров, также в статье рассмотрены только два метода кластерного анализа. Существует большое количество других методов выделения кластерной структуры, например: иерархические  $k$ -средние, fuzzy-кластеры и другие (см.: [25]), оставшиеся за пределами нашего рассмотрения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Teaching to Change the World / J. Oakes, M. Lipton, L. Anderson, J. Stillman. 5<sup>th</sup> ed. New York: Routledge, 2018.
2. Dupriez V. Methods of Grouping Learners at School / United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. Paris: UNESCO, 2010.
3. Eder D. Ability Grouping as a Self-fulfilling Prophecy: A Micro-Analysis of Teacher-Student Interaction // Sociology of Education. 1981. Vol. 54. P. 151–162. DOI: 10.2307/2112327
4. Brophy J.E. Teachers' Communication of Differential Expectations for Children's Classroom Performance: Some Behavioral Data / J.E. Brophy, T.L. Good // Journal of Educational Psychology. 1970. Vol. 61. No. 5. P. 365–374. DOI: 10.1037/h0029908

5. *Weinstein R.S.* Reading Group Membership in First Grade: Teacher Behaviors and Pupil Experience over Time // *Journal of Educational Psychology*. 1976. Vol. 68. P. 103–116. DOI: 10.1037/0022-0663.68.1.103
6. *Babad E.* Students as Judges of Teachers' Verbal and Nonverbal Behavior / E. Babad, F. Bernieri, R. Rosenthal // *American Educational Research Journal*. 1991. Vol. 28. No. 1. P. 211–234. DOI: 10.3102/00028312028001211
7. *Babad E.* Transparency of Teacher Expectancies Across Language, Cultural Boundaries / E. Babad, P.J. Taylor // *The Journal of Educational Research*. 1992. Vol. 86. No. 2. P. 120–125. DOI: 10.1080/00220671.1992.9941148
8. *Wang S.* A Systematic Review of the Teacher Expectation Literature over the Past 30 Years / S. Wang, C.M. Rubie-Davies, K. Meissel // *Educational Research and Evaluation*. 2018. Vol. 24. No. 3–5. P. 124–179. DOI: 10.1080/13803611.2018.1548798
9. *Eden D.* Pygmalion Goes to Boot Camp: Expectancy, Leadership, and Trainee Performance / D. Eden, A.B. Shani // *Journal of Applied Psychology*. 1982. Vol. 67. No. 2. P. 194–199. DOI: 10.1037/0021-9010.67.2.194
10. *Rousseeuw P.J.* Silhouettes: A Graphical Aid to the Interpretation and Validation of Cluster Analysis // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 1987. Vol. 20. P. 53–65. DOI: 10.1016/0377-0427(87)90125-7
11. *Saleh M.* Effects of Within-class Ability Grouping on Social Interaction, Achievement, and Motivation / M. Saleh, A.W. Lazonder, T. De Jong // *Instructional Science*. 2005. Vol. 33. No. 2. P. 105–119. DOI: 10.1007/s11251-004-6405-z
12. Phonological Storage and Executive Function Deficits in Children with Mathematics Difficulties / P. Peng, S. Congying, L. Beilei, T. Sha // *Journal of Experimental Child Psychology*. 2012. Vol. 112. No. 4. P. 452–466.
13. Обобщенные типы развития первоклассников на входе в школу. По материалам исследования iPIPS / Е. Карданова, А. Иванова, П. Сергоманов [и др.] // *Вопросы образования*. 2018. № 1. С. 8–37.
14. *Orel E.* Паттерны социально-эмоционального развития первоклассника на входе в школу / Е. Орел, А. Пономарева // *Психология. Журнал Высшей школы экономики*. 2018. Т. 15. № 1. С. 107–127.
15. *Egan O.* Cluster Analysis in Educational Research // *British Educational Research Journal*. 1984. Vol. 10. No. 2. P. 145–153.
16. Developmental Patterns of Cognitive and Non-Cognitive Skills of Russian First-Graders / E. Orel, I. Brun, E. Kardanova, I. Antipkina // *International Journal of Early Childhood*. 2018. Vol. 50. No. 3. P. 297–314.
17. *Коченков А.И.* Идеи латентно-структурного анализа Лазарсфельда в современной социологии / А.И. Коченков, Ю.Н. Толстова // *Социология: методология, методы, математическое моделирование*. 2003. № 16. С. 127–149.
18. *Südkamp A.* Teachers' Judgment Accuracy Concerning Consistent and Inconsistent Student Profiles / A. Südkamp, A.-K. Praetorius, B. Spinath // *Teaching and Teacher Education*. 2018. No. 76. P. 204–213.

19. Latent Profile Analysis of Students' Motivation and Outcomes in Mathematics: An Organismic Integration Theory Perspective / C.K.J. Wang, W.C. Liu, Y. Nie [et al.] // *Heliyon*. 2017. Vol. 3. No. 5. Art. no. e00308. P. 1–18.
20. *Ostad S.A.* Private Speech Use in Arithmetical Calculation: Relationship with Phonological Memory Skills in Children with and without Mathematical Difficulties // *Annals of Dyslexia*. 2015. Vol. 65. No. 2. P. 103–119.
21. *Rupp A.A.* Clustering and Classification // *The Oxford Handbook of Quantitative Methods. Vol. 2: Statistical Analysis* / Ed. by T.D. Little. Oxford: Oxford University Press, 2013. P. 517–550.
22. *Masyn K.E.* Latent Class Analysis and Finite Mixture Modeling // *The Oxford Handbook of Quantitative Methods. Volume 2: Statistical Analysis* / Ed. by T.D. Little. Oxford: Oxford University Press, 2013. P. 551–611.
23. *Kaushik S.* An Introduction to Clustering and different methods of clustering // *Analytics Vidhya* [site]. 2016. November 03. URL: <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2016/11/an-introduction-to-clustering-and-different-methods-of-clustering/> (date of access: 20.04.2020).
24. *Бослаф С.* Статистика для всех / Пер. с англ. П.А. Волкова [и др.]. М.: ДМК Пресс, 2017. С. 323–327.
25. *Handbook of Cluster Analysis* / Ed. by C. Henning [et al.]. Boca Raton, FL: CRC Press Taylor & Francis Group, 2016.
26. *Smith S.P.* Testing for Uniformity in Multidimensional Data / S.P. Smith, A.K. Jain // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1984. Vol. Pami-6. No. 1. P. 73–81.
27. *Jain A.K.* Data Clustering: 50 Years beyond K-means // *Pattern Recognition Letters*. 2010. No. 31. P. 651–666.
28. *Oberski D.* Mixture Models: Latent Profile and Latent Class Analysis // *Springer Link* [site]. 23.03.2016. URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-26633-6\\_12](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-26633-6_12) (date of access: 04.03.2021).
29. *Olivera-Aguilar M.* Using Latent Profile Analysis to Identify Noncognitive Skill Profiles Among College Students / M. Olivera-Aguilar, S.H. Rikoon, S.B. Robbins // *The Journal of Higher Education*. 2017. Vol. 88. No. 2. P. 234–257.
30. *Williams G.A.* Latent Class Analysis and Latent Profile Analysis / G.A. Williams, F. Kibowski // *Handbook of Methodological Approaches to Community-Based Research. Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods* / Ed. by L.A. Jason, D.S. Glenwick. Oxford: Oxford University Press, 2016. P. 143–151.
31. *Nylund K.L.* Deciding on the Number of Classes in Latent Class Analysis and Growth Mixture Modeling: A Monte Carlo Simulation Study / K.L. Nylund, T. Asparouhov, B.O. Muthén // *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*. 2007. Vol. 14. No. 4. P. 535–569.

32. *Bauer D.J.* The Integration of Continuous and Discrete Latent Variable Models: Potential Problems and Promising Opportunities / D.J. Bauer, P.J. Curran // *Psychological Methods*. 2004. Vol. 9. No. 1. P. 3–29.

33. *Vukovic R.K.* Academic and Cognitive Characteristics of Persistent Mathematics Difficulty from First Through Fourth Grade / R.K. Vukovic, L.S. Siegel // *Learning Disabilities Research & Practice*. 2010. Vol. 25. No. 1. P. 25–38.

34. *Kempe C.* A Longitudinal Study of Early Reading Difficulties and Subsequent Problem Behaviors / C. Kempe, S. Gustafson, S. Samuelsson // *Scandinavian Journal of Psychology*. 2011. No. 52. P. 242–250.

35. Development of Number Line Representations in Children with Mathematical Learning Disability / D.C. Geary, M.K. Hoard, L. Nugent, J. Byrd-Craven // *Developmental Neuropsychology*. 2008. Vol. 33. No. 3. P. 277–299.

36. Behavior Problems in Learning Activities and Social Interactions in Head Start Classrooms and Early Reading, Mathematics, and Approaches to Learning / R.J. Bulotsky-Shearer, V. Fernandez, X. Dominguez, H.L. Rouse // *School Psychology Review*. 2011. Vol. 40. No. 1. P. 39–56.

37. Cognitive Characteristics of Children with Mathematics Learning Disability (MLD). Vary as a Function of the Cutoff Criterion Used to Define MLD / M.M. Murphy, M.M.M. Mazzocco, L.B. Hanich, M.C. Early // *Journal of Learning Disabilities*. 2007. Vol. 40. No. 5. P. 458–478.

38. *Teno K.M.* Cluster Grouping Elementary Gifted Students in the Regular Classroom: A Teacher's Perspective // *Gifted Child Today*. 2000. Vol. 23. No. 1. P. 44–49.

39. *Хоукер Д.* Стартовая диагностика детей на входе в начальную школу и оценка их прогресса в течение первого года обучения: международное исследование iPIPS / Д. Хоукер, Е.Ю. Карданова // *Тенденции развития образования. Что такое эффективная школа и эффективный детский сад?* М.: Дело; РАНХиГС, 2014. С. 311–320.

40. Noncognitive Development of First Graders and Their Cognitive Performance / I. Brun, E. Kardanova, A. Ivanova, E. Orel // *Noncognitive Development Of First Graders And Their Cognitive Performance. Series: "PSYCHOLOGY". WP BRP 57/ PSY/2016.* М.: НИУ ВШЭ, 2016. P. 2–23.

41. *Иванова А.* Стартовая диагностика детей на входе в начальную школу: международное исследование iPIPS / А. Иванова, А. Нисская // *Школьные технологии*. 2015. № 2. С. 161–168.

42. mclust 5: Clustering, Classification and Density Estimation Using Gaussian Finite Mixture Models / L. Scrucca, M. Fop, T.B. Murphy, A.E. Raftery // *The R Journal*. 2016. Vol. 8. No. 1. P. 289–317.

**Abdurakhmanova Elen,**

*National Research University Higher School of Economics (NRU HSE),  
Moscow, eabdurakhmanova@hse.ru*

**The study of the students' homogeneous groups structures extracted by different methods, using the START large-scale assessment results**

In the social sciences, researchers are often faced with the task of classifying objects into meaningful groups, including in education. However, homogeneous groups can be extracted basing on various conceptual foundations leading to the identification of different group structures which might influence the interpretation of the results. The purpose of this study is to compare the structure of groups identified by the methods of cluster analysis and cut-off classification taking into account possible interpretations of results. The data analyzed are drawn from the START large-scale assessment study. This is a large-scale assessment project that involved 2645 first-grade students from the Krasnoyarsk region in 2018. Three cases of students' grouping were investigated by k-means cluster analysis, latent profile analysis, and cut-off method. The results of the study show that the k-means method cluster structure is similar to the cut-off method group structure while the results of the analysis of latent profiles are different. The results of the study show which of these methods is applicable depending on the hypothesis and the purpose of eliciting groups.

*Keywords:* k-means, latent profile analysis, cut-off method, baseline assessment, START, primary school

**References**

1. Oakes J., Lipton M., Anderson L., Stillman J. (eds.) *Teaching to Change the World*. 5th ed. New York: Routledge, 2018.
2. Dupriez V. *Methods of Grouping Learners at School*. Paris: UNESCO, 2010.
3. Eder D. Ability grouping as a self-fulfilling prophecy: A micro-analysis of teacher-student interaction, *Sociology of Education*, 1981, 54, 151–162.
4. Brophy J.E., Good T.L. Teachers' communication of differential expectations for children's classroom performance: Some behavioral data, *Journal of Educational Psychology*, 1970, 61 (5), 365–374.
5. Weinstein R.S. Reading group membership in first grade: Teacher behaviors and pupil experience over time, *Journal of Educational Psychology*, 1976, 68, 103–116.

6. Babad E., Bernieri F., Rosenthal R. Students as Judges of Teachers' Verbal and Nonverbal Behavior, *American Educational Research Journal*, 1991, 28 (1), 211–234.
7. Babad E., Taylor P.J. Transparency of Teacher Expectancies Across Language, Cultural Boundaries, *The Journal of Educational Research*, 1992, 86 (2), 120–125.
8. Wang S., Rubie-Davies C., Meissel K. A systematic review of the teacher expectation literature over the past 30 years, *Educational Research and Evaluation*, 2018, 24 (3–5), 124–179.
9. Eden D., Shani A. Pygmalion goes to boot camp: Expectancy, leadership, and trainee performance, *Journal of Applied Psychology*, 1982, 67 (2), 194–199.
10. Rousseeuw P.J. Silhouettes: A graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1987, 20, 53–65.
11. Saleh M., Lazonder A.W., De Jong T. Effects of within-class ability grouping on social interaction, achievement, and motivation, *Instructional Science*, 2005, 33 (2), 105–119.
12. Peng P., Congying S., Beilei L., Sha T. Phonological storage and executive function deficits in children with mathematics difficulties, *Journal of Experimental Child Psychology*, 2012, 112 (4), 452–466.
13. Kardanova E. et al. Patterns of First-Graders' Development at the Start of Schooling: Cluster Approach Based on the Results of iPIPS Project (in Russian), *Voprosy obrazovaniya / Educational Studies Moscow*, 2018, 1, 8–37.
14. Orel E., Ponomareva A. The Patterns of the First-Graders' Noncognitive Development at the Very Beginning of Their School Life (in Russian), *Psychology. Journal of the Higher School of Economics*, 2018, 15 (1), 107–127
15. Egan O. Cluster Analysis in Educational Research, *British Educational Research Journal*, 1984, 10 (2), 145–153.
16. Orel E. et al. Developmental Patterns of Cognitive and Non-Cognitive Skills of Russian First-Graders, *International Journal of Early Childhood*, 2018, 50 (3), 297–314.
17. Kochenkov A.I., Tolstova Yu.N. Lazarsfeld's Latent Structural Analysis Ideas in Contemporary Sociology (in Russian), *Sotsiologiya 4M / Sociology: methodology, methods, mathematical modeling*, 2003, 16, 127–149.

18. Südkamp A., Praetorius A.-K., Spinath B. Teachers' Judgment Accuracy Concerning Consistent and Inconsistent Student Profiles, *Teaching and Teacher Education*, 2018, 76, 204–213.
19. Wang C.K.J et al. Latent Profile Analysis of Students' Motivation and Outcomes in Mathematics: An Organismic Integration Theory Perspective, *Heliyon*, 2017, 3 (5). e00308, 1–18.
20. Ostad S.A. Private speech use in arithmetical calculation: relationship with phonological memory skills in children with and without mathematical difficulties, *Annals of Dyslexia*, 2015, 65 (2), 103–119.
21. Rupp A.A. Clustering and Classification, *The Oxford Handbook of Quantitative Methods, 2: Statistical Analysis*. Oxford: Oxford University Press, 2013. P. 517–550.
22. Masyn K.E. Latent Class Analysis and Finite Mixture Modeling, *The Oxford Handbook of Quantitative Methods. Volume 2: Statistical Analysis*. Oxford: Oxford University Press, 2013. P. 551–611.
23. Kaushik S. *An Introduction to Clustering and different methods of clustering, Analytics Vidhya*. URL: <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2016/11/an-introduction-to-clustering-and-different-methods-of-clustering/> (date of access: 20.04.2020).
24. Boslaugh S. *Statistics in a Nutshell* (transl., in Russian). Moscow: DMK Press, 2017.
25. *Handbook of Cluster Analysis*. Boca Raton, FL: CRC Press Taylor & Francis Group, 2016.
26. Smith S.P., Jain A.K. Testing for Uniformity in Multidimensional Data, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1984, Pami-6 (1), 73–81.
27. Jain A.K. Data clustering: 50 years beyond K-means, *Pattern Recognition Letters*, 2010, 31, 651–666.
28. Oberski D. *Mixture Models: Latent Profile and Latent Class Analysis*. URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-26633-6\\_12](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-26633-6_12) (date of access: 04.03.2021)
29. Olivera-Aguilar M., Rikoon S.H., Robbins S.B. Using Latent Profile Analysis to Identify Noncognitive Skill Profiles Among College Students, *The Journal of Higher Education*, 2017, 88 (2), 234–257.
30. Williams G.A., Kibowski F.. Latent Class Analysis and Latent Profile Analysis, *Handbook of Methodological Approaches to Community-*

- Based Research. Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods*. Oxford: Oxford University Press, 2016. P. 143–151.
31. Nylund K.L., Asparouhov T., Muthén B.O. Deciding on the Number of Classes in Latent Class Analysis and Growth Mixture Modeling: A Monte Carlo Simulation Study, *Structural Equation Modeling A Multidisciplinary Journal*, 2007, 14 (4), 535–569.
  32. Bauer D.J., Curran P.J. The Integration of Continuous and Discrete Latent Variable Models: Potential Problems and Promising Opportunities, *Psychological Methods*, 2004, 9 (1), 3–29.
  33. Vukovic R.K., Siegel L.S. Academic and Cognitive Characteristics of Persistent Mathematics Difficulty from First Through Fourth Grade, *Learning Disabilities Research & Practice*, 2010, 25 (1). P. 25–38.
  34. Kempe C., Gustafson S., Samuelsson S. A Longitudinal Study of Early Reading Difficulties and Subsequent Problem Behaviors, *Scandinavian Journal of Psychology*, 2011, 52, 242–250.
  35. Geary D.C. et al. Development of Number Line Representations in Children with Mathematical Learning Disability, *Developmental Neuropsychology*, 2008, 33 (3), 277–299.
  36. Bulotsky-Shearer R. et al. Behavior Problems in Learning Activities and Social Interactions in Head Start Classrooms and Early Reading, Mathematics, and Approaches to Learning, *School Psychology Review*, 2011, 40 (1), 39–56.
  37. Murphy M. et al. Cognitive Characteristics of Children with Mathematics Learning Disability (MLD). Vary as a Function of the Cutoff Criterion Used to Define MLD, *Journal of Learning Disabilities*, 2007, 40 (5), 458–478.
  38. Teno K.M. Cluster Grouping Elementary Gifted Students in the Regular Classroom: A Teacher’s Perspective, *Gifted Child Today*, 2000, 23, 44–49.
  39. Hawker D., Kardanova E. Initial diagnosis of children at the entrance to primary school and assessment of their progress during the first year of school: the international iPIPS study (in Russian), *Education development trends. What is an effective school and an effective kindergarten?* Moscow: Delo; RANEPa, 2014. P. 311–320.
  40. Brun I. et al. *Noncognitive development of first graders and their cognitive performance noncognitive development of first graders and their cognitive performance* (in Russian). Series: “PSYCHOLOGY”. WP BRP 57/PSY/2016. Moscow: HSE, 2016. P. 2–23.

41. Ivanova A., Nisskaya A. Initial diagnostics of children at the entrance to primary school: an international iPIPS study (in Russian), *Journal of School Technology*, 2015, 2, 161–168.
42. Scrucca L. et al. mclust 5: Clustering, Classification and Density Estimation Using Gaussian Finite Mixture Models, *The R Journal*, 2016, 8 (1), 289–317.