О СПЕЦИФИКЕ МОДАЛЬНЫХ ГРУПП В ЧАСТОТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ

А.Н. Чураков

(Москва)

В статье приводятся результаты проведенного автором исследования относительной величины модальных групп в одномерных частотных распределениях. Анализируются различные типы последовательностей и распределений с целью определения того, какие математические зависимости и при каких условиях обеспечивают закономерности, идентичные реальности, в относительной величине модальных групп. Рассматриваются предельные значения этой величины, что позволяет различать типы последовательностей и распределений.

Ключевые слова: модальное значение, величина модальной группы, одномерные частотные распределения, прогрессия, закон распределения, функция плотности распределения, вычислительный эксперимент, математическое моделирование.

Анализ результатов опросов общественного мнения, как правило, начинается с построения одномерных частотных распределений для изучения поведения отдельных признаков. При этом традиционно строится эмпирическая кривая распределения и выделяются модальные значения. Однако сама величина модальной группы не подвергается дальнейшему анализу, хотя вопрос о соотношении величины модальной группы и общего числа опрошенных для некоторого признака тесно связан с фундаментальной проблемой "часть-целое", рассматриваемой в системном анализе [1]. Данный вопрос возникает также при поиске в социальных системах так называемых системообразующих факторов, то есть таких внутренних совокупностей причин, которые обеспечивают целостность данной системы и не позволяют ей распадаться на части.

В качестве одного из подходов к решению рассматриваемой проблемы отметим модульную теорию социума [2], из которой следует, что в социальных системах отношение общего числа опрошенных к величине модальной группы заключено в интервале от 1,237 до 2,236. С целью проверки этого предположения нами был проведен анализ данных мониторинга общественного мнения ВЦИОМ за 1993 - 1998 годы [3-5] и данных ООН по демографии и культуре за 1950 -1995 годы [6, 7]. Такой выбор показателей был обусловлен желанием проверить, как зависит отношение общего числа опрошенных к численности модальной группы (в дальнейшем мы будем обозначать данное отношение буквой **М**) от природы признака. Если для статистики ООН количество градаций показателя и их состав определяются объективными причинами (количеством стран и регионов мира), то для опросов общественного мнения число и состав градаций являются субъективными и зависят от количества альтернатив в вопросе анкеты и преобразований над ними при получении одномерного распределения (например, объединения нескольких альтернатив в одну).

При анализе данных мониторинга ВЦИОМ величина **М** вычислялась только для вопросов с несовместными вариантами ответов. Из анализа были исключены все вопросы, по которым приводился только средний балл, из-за невозможности определения модального значения. Всего были проанализированы распределения по 468 показателям.

Нами были получены следующие результаты (рис. 1): среднее значение **М** равно 2,127, дисперсия равна 1,89, медиана равна 2, средняя гармоническая равна 2,05, среднее геометрическое - 2,08, в диапазоне 1,237 - 2,236 находится 63% всех распределений.

Для данных ООН мы получили очень похожую гистограмму с максимумом в точке **М** = 2, которая отличается лишь тем, что имеется ряд показателей с **М** < 1,3 (минимальное значение **М** равно 1,15) и **М** > 3,5. Среднее значение **М** в этом случае равно 2,1, что совпадает с результатами анализа данных ВЦИОМ. По нашему мнению такое совпадение не является случайным и отражает внутренние закономерности социума.

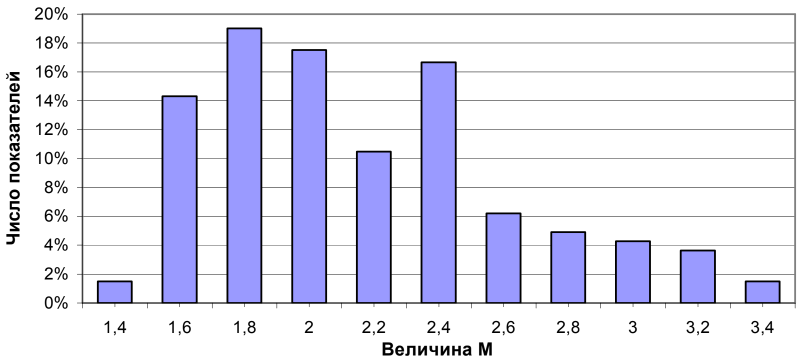

Рис. 1. Распределение показателей по значениям М.

Таким образом, первоначальное предположение о границах изменения **М** подтверждается лишь частично: весьма вероятно существование нижней границы, равной 1,237, но нам не удалось определить верхнюю границу (например, для количества издаваемых за год книг **М** = 7). В то же время характер распределений таков, что наблюдается одинаковая частота встречаемости конкретных значений **М**, причем в среднем 80% значений **М** заключено в интервале 1,5 - 2,5.

Следует особо выделить два значения: **М** = 1,6, которое устойчиво наблюдается при анализе определенных показателей, например, удовлетворенности жизнью, и **М** = 2, которое, как правило, встречается наиболее часто и хорошо согласуется со значениями различных средних величин. Вероятно, данные значения **М** отвечают некоторым устойчивым состояниям социальных систем.

Найденные закономерности позволяют сформулировать дополнительную задачу математического описания одномерных распределений в социологических исследованиях: какие математические зависимости и при каких условиях обеспечивают идентичные реальности закономерности в поведении величины **М**? Логично поставить и дополнительную задачу: можно ли по значению **М** различать математические зависимости между собой?

Поскольку объектом данного исследования являются различные одномерные распределения, для которых производится только вычисление величины **М**, то без ограничения общности можно значительно сузить круг рассматриваемых математических зависимостей. Так как для вычисления **М** требуются лишь величина модальной группы и сумма всех частей одномерного распределения, то в этом случае не важен порядок и размер остальных частей данного распределения. В силу этого можно упорядочить эти части по размеру, получив монотонно возрастающую числовую последовательность. Для дальнейшего анализа применим математическую теорию монотонных последовательностей, в которой накоплено большое количество теоретических и практических результатов. Далее рассмотрим различные типы последовательностей и определим, как зависит отношение **М** от параметров данной последовательности.

Арифметическая прогрессия. Конечная последовательность называется арифметической прогрессией 1-ого порядка, если $a_i - a_{i-1} = d$ для любого номера i. Число d называется разностью арифметической прогрессии. Формула для n-ого члена арифметической прогрессии имеет вид $a_n = a_1 + (n-1)d$, а сумма членов равна $S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = na_1 + \frac{(n-1)nd}{2}$.

Можно показать, что отношение суммы членов арифметической прогрессии (все члены которой - положительные числа) к ее наибольшему члену равно:

$$M = \frac{S_n}{a_n} = \frac{n}{2} + \frac{na_1}{2(a_1 + (n-1)d)} = \frac{n}{2}\left(1 + \frac{a_1}{a_n}\right), \text{если } d > 0;$$

$$M = \frac{S_n}{a_1} = n + \frac{(n-1)nd}{2a_1} = \frac{n}{2}\left(1 + \frac{a_n}{a_1}\right), \text{если } d \le 0.$$

На основании данных формул можно сделать вывод о том, что рассматриваемое нами отношение зависит от первого члена, от разности и числа элементов прогрессии. Это отношение не имеет предела и неограниченно возрастает с ростом n, то есть с ростом числа членов последовательности. Если мы примем некоторое число **M** за величину данного отношения, то наша прогрессия для получения требуемого результата должна состоять не менее чем из **M** членов и не более чем из **2M** членов. При этом **M** членов (при условии, что **M** - целое число) можно получить только в случае постоянной последовательности. Если **M** - не целое число, то оно округляется в большую сторону, например, число 2,1 принимается равным 3. Таким образом, для значений **M** = 1,6 и **M** = 2 арифметическая прогрессия должна иметь не менее 2 и не более 4 членов. Например, значению **M** = 2 удовлетворяют прогрессии 3, 3 и 0, 1, 2, 3. Первая из них содержит 2 члена, то есть **M**, а вторая - 4 члена, то есть **2M**. Верно и обратное, например, если имеется некоторая последовательность из 7 членов, для которой отношение **M** = 3, то данная последовательность не может быть арифметической прогрессией.

Геометрическая прогрессия. Последовательность называется геометрической прогрессией, если $a_{i+1} / a_i = q$ для любого номера i. Число q называется знаменателем геометрической прогрессии. Формула для n-ого члена геометрической прогрессии имеет вид $a_n = a_1 q^{n-1}$, а сумма членов равна

$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$. Например, экспоненциальный ряд также является геометрической прогрессией со знаменателем e=2,71828... . Знаменатель геометрической прогрессии может быть и отрицательным числом. В этом случае возникают периодические знакопеременные последовательности.

Отношение суммы членов геометрической прогрессии к ее наибольшему члену равно:

$$M = \frac{S_n}{a_n} = \frac{q^n - 1}{q^n - q^{n-1}};\ \lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{a_n} = \frac{q}{q-1}, \textit{если}\ q > 1;$$

$$M = \frac{S_n}{a_1} = n, \textit{если}\ q = 1;$$

$$M = \frac{S_n}{a_1} = \frac{q^n - 1}{q - 1};\ \lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{a_1} = \frac{1}{1-q}, \textit{если}\ 0 \le q < 1.$$

Из данных формул видно, что данное отношение при q ≠ 1 имеет предел и зависит только от q и n, а в предельном случае - только от q. В силу этого можно находить q, зная величину **M**, по формуле $q = \frac{M}{M-1}$ при $q > 1$. Отсюда, при **M** = 1,6 имеем q = 2,66, а при **M** = 2 имеем q = 2. Использовать формулы для предельного случая можно при q ≥ 2 и q ≤ 0,5 уже при 8 и более членах прогрессии (ошибка менее 1%), причем с ростом q можно брать еще меньше членов прогрессии, а при 0,5 < q < 2 нужное число членов сильно увеличивается. Например, при q = 1,1 нужно взять 49 членов прогрессии для того, чтобы значение по предельной формуле отличалось от реально вычисленного отношения менее, чем на 1%.

Степенные ряды. Это последовательности, задаваемые формулой $a_n = an^b$. Отношение $M = \dfrac{S_n}{a_n} = \sum_{k=0}^{n} \left(\dfrac{k}{n}\right)^b$ для таких рядов зависит только от n, не имеет предела и требует непосредственного вычисления. Однако, если мы отбросим произвольное количество начальных членов степенного ряда, то величина **М** для усеченного ряда достаточно быстро приблизится к значению **М** для первоначального ряда, то есть при достаточно длинном ряде данное отношение не зависит от начальных членов ряда. В таблице ниже приводятся формулы для величины **М** при различных значениях b, максимальное число членов ряда для **М** = 2 (обозначено $N_{\mathbf{M}=2}$), а также номера членов, начиная с которых величины **М** для обычного и усеченного на 10 и 20 первых членов степенного ряда различаются менее, чем на 1%. Эти номера обозначены N_{10} и N_{20} соответственно.

b	**M**	$N_{\mathbf{M}=2}$	N_{10}	N_{20}
1	$\dfrac{n+1}{2}$	3	85	175
2	$\dfrac{(n+1)(2n+1)}{6n}$	4	34	70
3	$\dfrac{(n+1)^2}{4n}$	6	20	42
4	$\dfrac{(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30n^3}$	7	14	29

Ряд Фибоначчи. Это рекуррентная последовательность, задаваемая формулой $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$, $a_1 = a_0 = 1$. Отношение суммы членов ряда Фибоначчи к ее наибольшему члену равно:

$$M=\frac{S_n}{a_n}=\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{2}{1+\sqrt{5}}\right)^k;\ \lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{a_n}=\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}=2{,}618\,.$$

Отметим, что такую же величину отношения **M** можно получить, беря геометрическую прогрессию со знаменателем q = 1,618. Если брать ряд Фибоначчи не с первого члена, а начиная с произвольного номера, то вышеприведенные соотношения не выполняются и в этом случае необходимо непосредственно подсчитывать сумму членов ряда. Для **M** = 2 ряд Фибоначчи должен содержать не более 3 членов.

Закон Ципфа. Последовательность, удовлетворяющая закону Ципфа, имеет следующий вид: $a_n=\dfrac{a_1}{n^b},\ \ n\geq 2$. Коэффициент b - некоторое действительное число. При b = 1 закон Ципфа соответствует закону Ауэрбаха.

Отношение суммы членов последовательности, удовлетворяющей закону Ципфа, к ее наибольшему члену равно:

$$M=\frac{S_n}{a_1}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i^b}\,.$$

Этот ряд сходится при b > 1 и расходится при b ≤ 1. В частности при b = 2k, где k - натуральное число (то есть при четном b) сумма данного ряда будет равна

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{a_1}=\dfrac{\pi^{2k}2^{2k-1}}{(2k)!}B_k$, где B_k - числа Бернулли ($\dfrac{1}{6}$, $\dfrac{1}{30}$, $\dfrac{1}{42}$, ...).

Данное соотношение зависит только от значения постоянной b. Оно сильно влияет и на необходимую длину ряда, например, для того, чтобы предельная формула отличалась от реально вычисленного отношения менее, чем на 1%, нужно взять 65 членов данного ряда при b = 2 и только 3 члена при b = 4. Для **M** = 2 коэффициент b в законе Ципфа должен быть меньше 2.

Вероятностные распределения. Построив частотное распределение по некоторому показателю, например, удовлетворенности жизнью, получим последовательность чисел $\{a_n\}$, для которой можно непосредственно вычислить величину **М**. В то же время частотные распределения можно исследовать и методами математической статистики, в рамках которой. речь идет о вероятностных распределениях. Отсюда возникает вопрос: при каких параметрах распределения величина **М** принимает некоторые определенные значения, в нашем случае, 1,6 и 2? Для решения этой задачи автором был проведен ряд вычислительных экспериментов с помощью программ Microsoft Excel и Visual Basic, в которых определялось значение **М** для последовательностей из 2, 3, 5, 7 и 9 членов, образуемых из значений функции плотности различных распределений в точках 1, 2, 3, ... , 9. Количество членов данной последовательности есть число градаций моделируемого показателя, а величины этих членов, равные значениям функции плотности конкретного распределения, соответствуют численностям градаций этого показателя. Такой подход позволил исследовать как случаи, где функция плотности распределения полностью попадает в интервал построения последовательности и ее «хвосты» за пределами этого интервала пренебрежимо малы (рис. 2а), так и случаи, где мы «вырезаем» лишь определенную часть значений функции плотности данного распределения (рис. 2б).

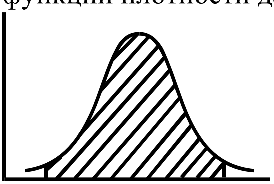

Рис. 2а

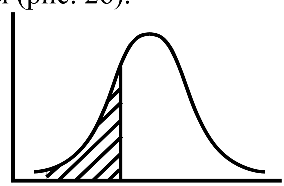

Рис. 2б

Нормальное распределение. Нормальное распределение относится к числу наиболее распространенных и встречается в тех случаях, когда на результат воздействует большое количество независимых случайных факторов, среди которых нет сильно выделяющихся [8]. Данная ситуация весьма характерна для различных социальных систем. Как следует из рис. 3, в данном случае величина **M**=1,6 достигается при уменьшении дисперсии по мере приближения среднего значения к интервалу, на котором строится последовательность $\{a_n\}$, и при попадании среднего в данный интервал дисперсия периодически изменяется от 0,65 до 0,137 с разрывами в каждом минимуме, как показано на рис. 3 (разрывы возникают всегда при **M** < 2). С увеличением числа членов последовательности и фиксированном среднем величина дисперсии уменьшается.

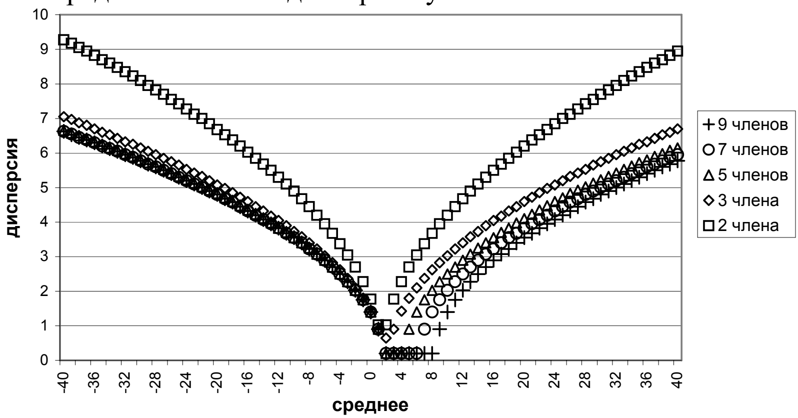

Рис. 3. Значения дисперсии и среднего, соответствующие M=1,6.

Общий вид данного графика не изменится, если построить его для величины **M**=2. В этом случае ветви кривых будут располагаться несколько выше и на среднем участке графика дисперсия будет изменяться от 0,8 до 0,29 (рис. 4). При этом, как и во всех случаях, когда **М** ≥ 2, минимум достигается и разрывы отсутствуют. Отсюда можно сделать вывод, что когда максимум плотности нормального распределения попадает в интервал построения последовательности, то значения **М** ≥ 2 будут встречаться чаще, нежели чем значения **М** < 2. Также отметим, что из рис. 3 мы можем определить "недопустимые" для нормального распределения области значений **М**, например, если мы знаем, что распределение полностью попадает в рассматриваемый нами интервал, **М**=2 и дисперсия равна 3, то последовательность из 5 членов не может быть получена из нормального распределения.

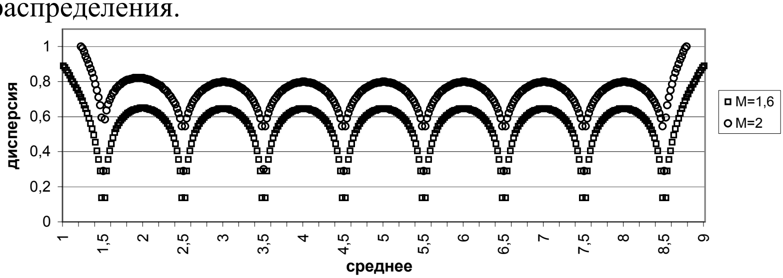

Рис. 4. Значения дисперсии и среднего при 9 членах последовательности.

Гамма-распределение. Данный случай интересен тем, что вид плотности гамма-распределения существенно меняется при изменении его параметров, так, частными случаями этого распределения являются показательное распределение, распределение хи-квадрат и распределение Эрланга. Следовало бы ожидать весьма сложного поведения параметров α и β данного распределения при различных значениях **М**. Однако этого не происходит. Как видно из рис. 5, полученные зависимости представляют собой две последовательно расположенные гиперболы, расстояние между которыми увеличивается с возрастанием числа членов последовательности.

Также следует отметить, что полученные кривые (рис. 5) очень похожи на кривые для биномиального распределения (рис. 6). Это можно объяснить тем, что гамма-распределение является непрерывным аналогом отрицательного биномиального распределения. В силу такого сходства выводы для биномиального распределения применимы и для гамма-распределения.

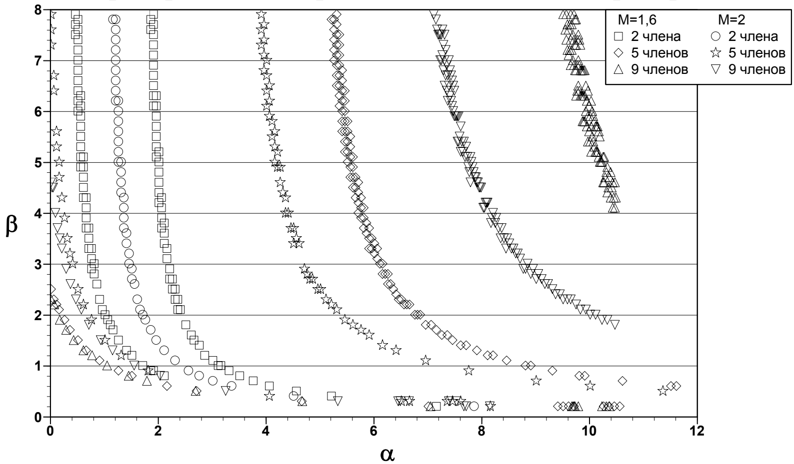

Рис. 5. Значения параметров α и β для М=1,6 и М=2.

Биномиальное распределение. Данное распределение является одним из самых распространенных дискретных распределений и используется в тех ситуациях, когда мы определяем, сколько раз происходит некоторое событие в серии из некоторого числа независимых наблюдений. Функция плотности данного распределения зависит от двух параметров: числа испытаний n и вероятности успеха p.

При фиксированном n имеются два значения p, для которых наблюдается одинаковое значение величины **М**. Как видно из рис. 6, расстояние между кривыми, образуемыми соответствующими точками, увеличивается с возрастанием числа членов последовательности. Сами кривые имеют вид гипербол. Если увеличивать **M**, то кривые будут более круто подниматься вверх при уменьшении числа испытаний, как видно при сравнении графиков для 9 членов при **M**=1,6 и **M**=2.

Если при фиксированном n рассматривать общий характер изменения **M**, то это отношение сначала возрастает до некоторого максимального значения M_{max}, зависящего от числа членов последовательности (например, при 9 членах и n = 25 максимум величины **M**, равный 5,1173, достигается в точке p = 0,2689), а затем убывает. Таким образом, гиперболы на рис. 6 (также, как и на рис. 5 в случае гамма-распределения) можно рассматривать как сечения плоскостью с уравнением M = const некоторой выпуклой поверхности в трехмерном пространстве с координатами **M**, n, p. В результате этого при фиксированном **M** возникают две кривые при $\mathbf{M} < M_{max}$, одна кривая при $\mathbf{M} = M_{max}$, а при $\mathbf{M} > M_{max}$ точки пересечения будут отсутствовать. Отсюда следует, что если имеется некоторая последовательность с $\mathbf{M} > M_{max}$, то данная последовательность не может быть получена из биномиального распределения. Этот вывод верен и для гамма-распределения.

Отметим, что биномиальное распределение может быть аппроксимировано нормальным распределением с параметрами np и $(np(1\text{-}p))^{1/2}$ при условии, что $np(1\text{-}p) > 5$ и $0,1 \le p \le 0,9$, а также распределением Пуассона с параметром np при достаточно большом n и $p < 0,1$. Осуществив такую аппроксимацию, для **M**=1,6 и **M**=2 при первом наборе условий получаем кривые, идентичные рис. 3, а при втором наборе условий - отдельные точки, идентичные получаемым при анализе распределения Пуассона.

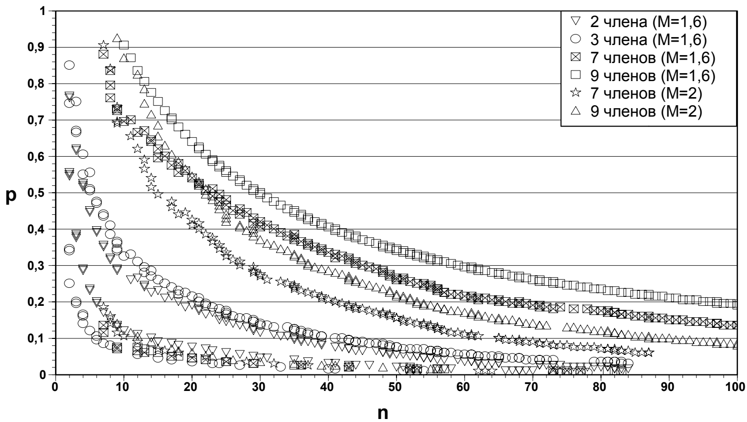

Рис. 6. Значения параметров p и n для M=1,6 и M=2.

Логнормальное распределение. Данное распределение характерно для многих социально-экономических показателей, например, для дохода семьи и заработной платы работника, которые формируются под воздействием большого числа взаимно независимых факторов, причем воздействие каждого фактора равномерно незначительно и равновероятно по знаку. При этом случайный прирост, вызываемый действием каждого следующего фактора, пропорционален уже достигнутому к этому моменту значению исследуемой величины [8]. Функция плотности логнормального распределения имеет два параметра - a и σ.

Как видно из рис. 7, при малом числе членов последовательности для фиксированной величины параметра a имеются два значения параметра σ, соответствующие одинаковой величине **M**, а при большем числе членов последовательности - только одно. Отметим, что форма кривых, образуемых точками, отвечающими одинаковому значению **M**, существенно изменяется при увеличении числа членов последовательности в отличие от других распределений.

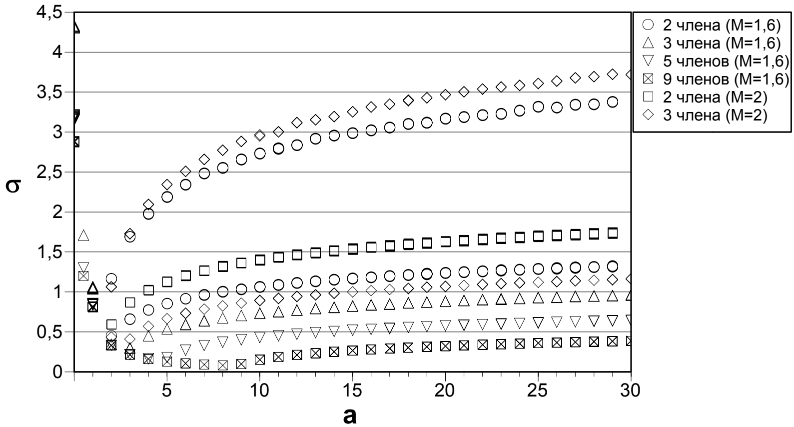

Рис. 7. Значения параметров a и σ для M=1,6 и M=2.

Экспоненциальное распределение. Это распределение широко используется в задачах массового обслуживания и определения времени жизни некоторых систем. Оно описывает длину интервала времени между появлениями последовательных случайных событий. Функция плотности данного распределения зависит от одного параметра λ. В силу монотонности плотности данного распределения значения **M**=1,618 и **M**=2 достигаются только в изолированных точках. С увеличением числа членов последовательности и фиксированном значении **M** соответствующее значение параметра λ увеличивается, как показано ниже.

число частей	λ для M=1,6	λ для M=2
2	0,48	0,001
3	0,86	0,48
5	0,96	0,65
9	0,97	0,7

Распределение Пуассона. Распределение Пуассона играет важную роль в теории надежности и теории массового обслуживания в случаях, когда в течение определенного времени может происходить случайное число событий. Функция плотности данного распределения зависит от одного параметра λ.

Данный случай очень похож на экспоненциальное распределение, за исключением того, что соответствующие значения **М** достигаются не в одной, а в двух изолированных точках, которые при фиксированном значении **М** все больше и больше расходятся с увеличением числа членов последовательности. Меньшее из этих значений приближается к некоторому пределу, зависящему от **М**, а другое неограниченно возрастает.

число частей	λ для **М**=1,6		λ для **М**=2	
2	1,3	3,22	2	
3	0,94	6,37	1,37	4,35
5	0,89	11,69	1,26	8,40
9	0,89	22,07	1,26	16,25

Распределение Парето. Данное распределение встречается в неполных или усеченных генеральных совокупностях, из которых изъяты все элементы, превышающие некоторый заданный уровень. Функция плотности данного распределения зависит от двух параметров - x_0 и α.

В этом случае при фиксированных значениях **М** зависимость параметра x_0 от параметра α имеет вид, показанный на рис. 8. Интересно, что на отрезке $0 \le x_0 \le N/2$, где N - число членов последовательности, данная зависимость представляет собой линейную функцию.

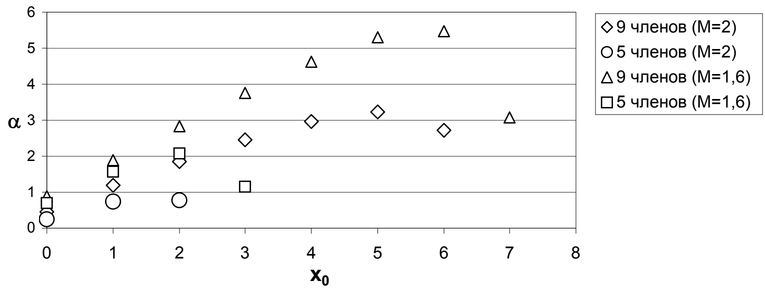

Рис. 8. Значения параметров x_0 и α для M=1,6 и M=2.

Из рассмотренных выше случаев следует, что для распределений, максимум функции плотности которых перемещается при изменении их параметров, точки, соответствующие значениям этих параметров при фиксированном **M**, образуют некоторые кривые, в отдельных случаях имеющие весьма сложный характер. Для распределений, максимум плотности которых не перемещается при изменении их параметров, каждому значению **M** соответствуют лишь изолированные точки на графике параметров данного распределения. Для многих распределений существует предельное значение отношения **M**, зависящее от числа членов последовательности, которая образуется из значений функции плотности. Данное свойство позволяет различать типы распределений по величине отношения **M**.

Далее нами был проведен ряд вычислительных экспериментов, целью которых было определение максимального значения отношения **M** для различных типов распределений при условии, что в границах рассматриваемого нами отрезка находится не менее 99% площади под кривой плотности данного распределения. Отношение ***M*** вычислялось для последовательностей из 2, 5, 10, 50, 100 и 1000 членов, образуемых из значений функции плотности различных распределений, которые определялись в точках 1, 2, 3, ... , 1000. Были получены следующие результаты:

МАКСИМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ *M*
ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Таблица 1.

Тип распределения	Число членов последовательности					
	2	5	10	50	100	1000
Нормальное	2,0	3,3	5,6	23,8	56.7	517,3
Гамма	1,2	2,6	4,7	22,2	44,2	431,2
Логнормальное	1,7	2,1	3,8	18,3	33,6	143,1
Биномиальное	1,3	3,1	5,0	14,7	21,4	-
Экспоненциальное	1,1	1,6	2,7	18,4	20,4	-
Пуассона	1,1	2,6	5,4	14,9	22,1	-
Парето	1,0	1,2	1,5	4,5	8,4	79,9

Основываясь на результатах проведенных вычислительных экспериментов, можно сделать следующие выводы: 1) существуют ограничения на величину **M** при вышеуказанном условии, а именно справедлива приближенная формула $M < \frac{n}{2}$; 2) для распределений с симметричной функцией плотности темп роста **M** при увеличении n выше, чем для распределений с несимметричной функцией плотности (это справедливо и для биномиального распределения, так как при указанных значениях **M** и n оно может быть приближенно описано с помощью распределения Пуассона, функция плотности которого несимметрична); 3) возможна проверка статистических гипотез о типе распределения и оценка его параметров по значению величины **M**; 4) возможно определение типа последовательности по значению **M**.

В заключение следует отметить, что полученные результаты могут стать отправной точкой для дальнейших исследований, поскольку значение **M** во многом зависит от способа измерения свойств того или иного социального объекта. В то же время можно предположить, что выявленные нами количественные закономерности справедливы для достаточно большой группы различных социальных показателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Садовский В.Н.* Проблемы философского обоснования системных исследований//Системные исследования. Ежегодник. М.:Наука, 1984. С. 32-52.
2. *Давыдов А.А.* Модульный анализ и конструирование социума. М.:ИСАН, 1994.
3. Информация: результаты опросов//Экономические и социальные перемены: мониторинг общественного мнения. Информационный бюллетень, 1993. №7.
4. Информация: результаты опросов//Экономические и социальные перемены: мониторинг общественного мнения. Информационный бюллетень, 1996. №6.
5. Информация: результаты опросов//Мониторинг общественного мнения: экономические и социальные перемены, 1998. №5.
6. Demographics Yearbook 1995. N.Y.:UN, 1995.
7. Statistical Yearbook 1995. N.Y.:UNESCO, 1995.
8. *Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д.* Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. М.:Финансы и статистика, 1983.